

# Localisation sous-marine pour l'exploration par calcul ensembliste

Vincent Drevelle Luc Jaulin

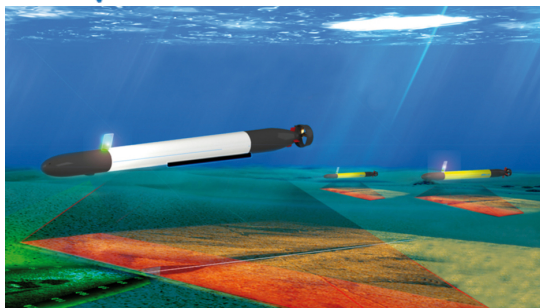
ENSTA Bretagne - Lab-STICC, Brest

Commission Géo-Pos : Positionnement marin et sous-marin  
27 mars 2014, IGN Saint-Mandé



# Plan

- 1 Méthodes ensemblistes par intervalles
  - Analyse par intervalles
  - Contracteurs et Inversion ensembliste
- 2 Localisation and caractérisation de la zone explorée
  - Localisation coopérative
  - Zone explorée
- 3 Résultats
  - Simulation d'une flottille d'AUVs
  - Caractérisation de la zone explorée



Étude et développement d'une flottille de sous-marins autonomes (AUVs).

RTSys, ZTI, WilliamsonElectronique  
ENSTA Bretagne, Telecom Bretagne



## Exploration sous-marine en flottille

Exploration systématique d'une zone à l'aide sous-marins autonomes (AUVs), et vérification de la couverture (cartographie, recherche, ...)

Flottille d'AUVs : robustesse (redondance et diversité), coopération, adaptable à la taille de la mission

### On souhaite

- Localiser la flottille
- Caractériser la zone explorée en tenant compte de l'incertitude de localisation

### Les méthodes ensemblistes par intervalles permettent

- Une représentation des incertitudes (modèle à erreurs bornées)
- Une propagation rigoureuse des incertitudes dans les calculs



# Outline

- 1 Méthodes ensemblistes par intervalles
  - Analyse par intervalles
  - Contracteurs et Inversion ensembliste
- 2 Localisation and caractérisation de la zone explorée
  - Localisation coopérative
  - Zone explorée
- 3 Résultats
  - Simulation d'une flottille d'AUVs
  - Caractérisation de la zone explorée

# Analyse par intervalles

- Intervalle  $[x] = [\underline{x}, \bar{x}]$ .  $\underline{x}$  borne inférieure and  $\bar{x}$  borne supérieure.
- Boîte  $[x] = [\underline{x}, \bar{x}]$ . Les vecteurs  $\underline{x}$  and  $\bar{x}$  sont respectivement les bornes inf. et sup.
- Extension intervalle des opérateurs arithmétiques  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$  and  $\div$ , et des fonctions élémentaires *tan*, *sin*, *exp*...

$$[x] + [y] = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}],$$

$$[x] \cdot [y] = [\min(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y}), \max(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y})].$$

- La fonction intervalle  $[f]$  est une *fonction d'inclusion* pour  $f$  si  $\forall [x] \in \mathbb{IR}^n, f([x]) \subset [f]([x])$ .
- La *fonction d'inclusion naturelle* s'obtient en remplaçant les opérateur dans l'expression de la fonction par leur version intervalle.

# Outline

- 1 Méthodes ensemblistes par intervalles
  - Analyse par intervalles
  - Contracteurs et Inversion ensembliste
- 2 Localisation and caractérisation de la zone explorée
  - Localisation coopérative
  - Zone explorée
- 3 Résultats
  - Simulation d'une flottille d'AUVs
  - Caractérisation de la zone explorée

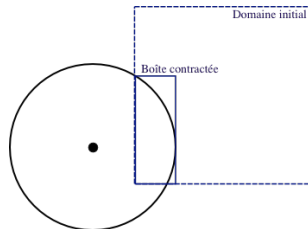
# Contracteurs

Un problème de satisfaction de contraintes (CSP) est défini par

- Un ensemble de variables  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)$
- Un ensemble de contraintes  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$
- Les domaines des variables  $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$

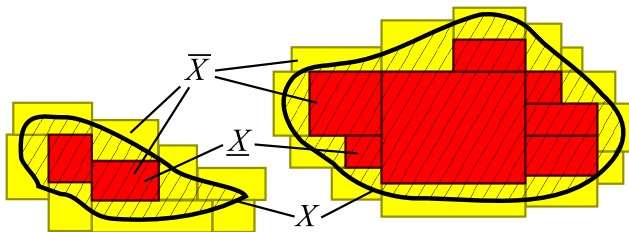
Un contracteur est un opérateur qui réduit le domaine des variables d'un CSP, sans perdre de solutions.

Exemple :  $x_1^2 + x_2^2 = r^2$



# Set inversion via interval analysis (SIVIA)

On cherche l'ensemble  $X = \mathbf{f}^{-1}([y])$  tel que  $X = \{x \mid \mathbf{f}(x) \in [y]\}$ , où  $[y]$  un vecteur d'intervalle (ou plus généralement un ensemble) connu.



SIVIA es un algorithme de type « séparation et évaluation » (Branch-and-bound). À partir d'une boîte initiale arbitrairement grande, on calcule un sous-pavage intérieur  $\underline{X}$  et un sous-pavage extérieur  $\bar{X}$  qui forment un encadrement garanti de l'ensemble solution  $\underline{X} \subseteq X \subseteq \bar{X}$ .

# Outline

- 1 Méthodes ensemblistes par intervalles
  - Analyse par intervalles
  - Contracteurs et Inversion ensembliste
- 2 Localisation and caractérisation de la zone explorée
  - Localisation coopérative
  - Zone explorée
- 3 Résultats
  - Simulation d'une flottille d'AUVs
  - Caractérisation de la zone explorée

# Localisation

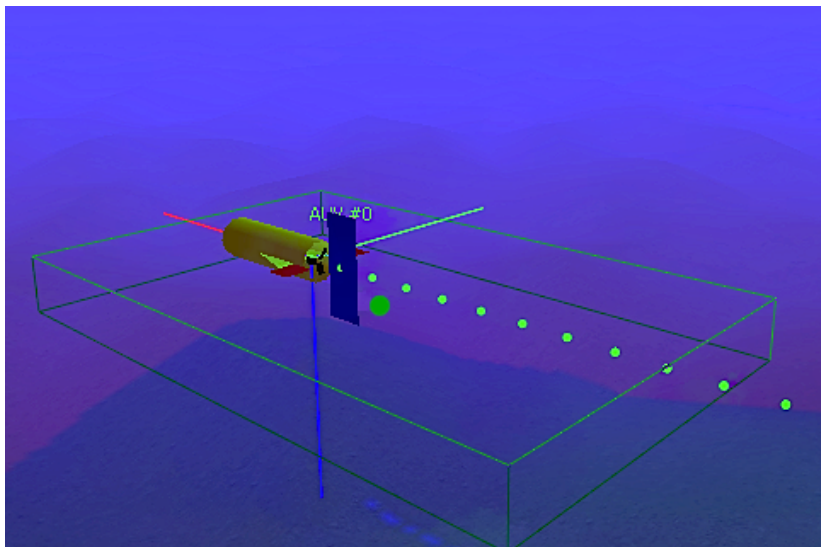
- En surface : GPS
- En plongée :
  - Estime (Centrale inertielle et Loch Doppler)
  - Mesures de distances (acoustique)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t)) \end{cases}$$

- Navigation à l'estime
- GPS, mesures de distance

On utilise des boîtes (vecteurs intervalles)  $[\mathbf{x}]$  et  $[\mathbf{y}]$  pour représenter les positions et les mesures avec leurs incertitudes.

# Boîte d'incertitude de localisation





# Navigation à l'estime

On intègre l'équation d'évolution du robot

$$\dot{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), [\mathbf{u}](t))$$

- La centrale inertielle fournit l'attitude (angles) et le loch Doppler fournit la vitesse par rapport au fond. Le modèle d'évolution est un modèle cinématique.
- Les entrées sont des intervalles correspondant aux spécifications d'erreur de la centrale inertielle et du loch Doppler.

# Communication Inter-AUV pour la localisation

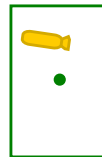
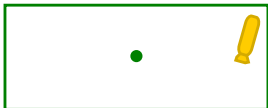
- Mesure de temps d'arrivée -> calcul de distance
- Le sous-marin émetteur transmet sa boîte de position

Chaque communication fournit une contrainte géométrique entre les positions de deux sous-marins.

- La communication permet de contracter les boîtes de position
- La succession de contractions améliore la localisation du groupe
- Pas de problème de « data incest »

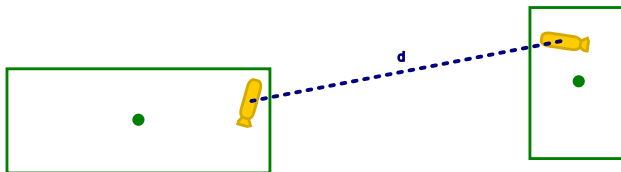
# Contraction de la position à partir d'une mesure de distance

Positions initiales des sous-marins.



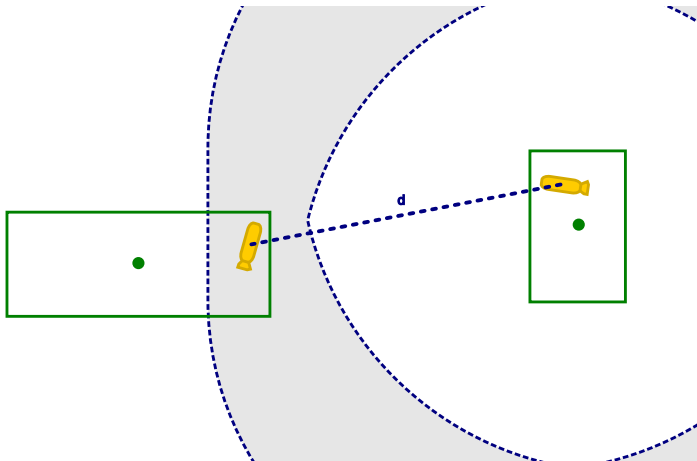
Localisation coopérative

Contraction de la position à partir d'une mesure de distance  
L'AUV de droite transmet sa boîte de position. Celui de gauche mesure le temps d'arrivée.



# Contraction de la position à partir d'une mesure de distance

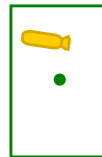
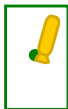
La distance calculée et la position de l'émetteur contraignent la position du récepteur.



Localisation coopérative

# Contraction de la position à partir d'une mesure de distance

Contraction de la position du récepteur.

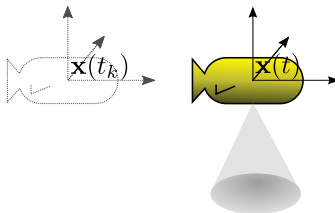


# Outline

- 1 Méthodes ensemblistes par intervalles
  - Analyse par intervalles
  - Contracteurs et Inversion ensembliste
- 2 Localisation and caractérisation de la zone explorée
  - Localisation coopérative
  - Zone explorée
- 3 Résultats
  - Simulation d'une flottille d'AUVs
  - Caractérisation de la zone explorée

Zone explorée

# Robot sous-marin autonome



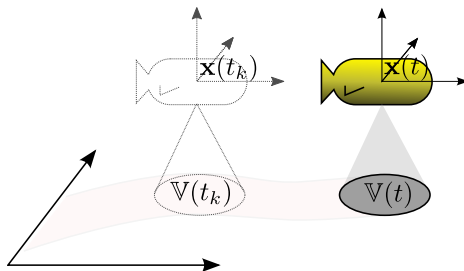
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t)) \end{cases}$$

- evolution
- observation



Zone explorée

## Zone vue



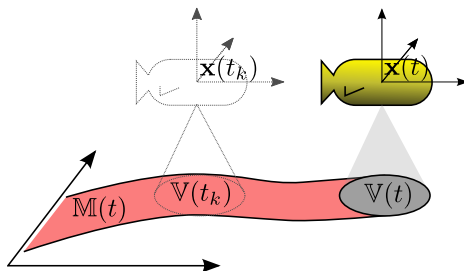
The visible area at time  $t$  is represented by the set-valued function  $\mathbb{V}(t) = \{z \in \mathbb{R}^2 : v(z, x(t)) \leq 0\}$  where  $v(z, x(t))$  is the visibility function

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \mathbf{f}(x(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(x(t)) \\ \mathbb{V}(t) &= \{z \in \mathbb{R}^2 : v(z, x(t)) \leq 0\} \end{cases}$$

- evolution
- observation
- visible area

Zone explorée

## Zone explorée



The explored area is the union of the visible areas over the whole trajectory

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t)) \\ \mathbb{V}(t) &= \{ \mathbf{z} \in \mathbb{R}^2 : v(\mathbf{z}, \mathbf{x}(t)) \leq 0 \} \\ \mathbb{M}(t) &= \bigcup_{\tau \in [0, t]} \mathbb{V}(\tau) \end{cases}$$

- evolution
- observation
- visible area
- explored area

# Zone explorée par la flottille

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t)) \\ \mathbb{V}(t) &= \{ \mathbf{z} \in \mathbb{R}^2 : v(\mathbf{z}, \mathbf{x}(t)) \leq 0 \} \\ \mathbb{M} &= \bigcup_{t \in [t]} \mathbb{V}(t) \end{cases}$$

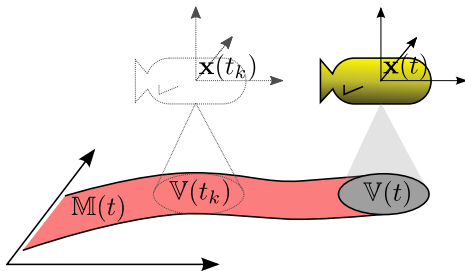
- évolution
- observation
- visibilité
- zone explorée

Ce formalisme s'applique aussi bien à un sous-marin seul qu'à la flottille :

- $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_{\text{AUV1}}^T, \mathbf{x}_{\text{AUV2}}^T, \dots, \mathbf{x}_{\text{AUVn}}^T)^T$  est l'état de la flottille
- les observations sont les positions GPS et les distances entre AUVs

Zone explorée

## Zone explorée avec une trajectoire incertaine



$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) & \in [\mathbf{x}](t) \\ \mathbb{V}(t) & = \{ \mathbf{z} \in \mathbb{R}^2 : v(\mathbf{z}, \mathbf{x}(t)) \leq 0 \} \\ \mathbb{M}(t) & = \bigcup_{\tau \in [0, t]} \mathbb{V}(\tau) \end{cases}$$

- uncertain trajectory
- visibility
- explored map

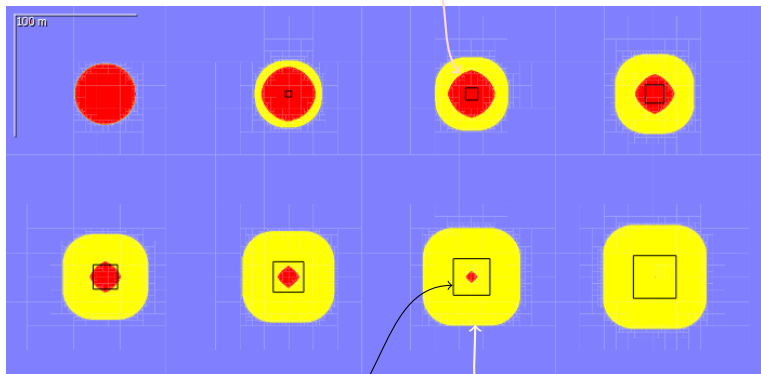
# Encadrement de la zone vue : zones sûrement vue et peut-être vue

- Zone sûrement vue  $\mathbb{V}^{\forall}$  : ensemble des points qui sont nécessairement dans le champ de vision du capteur, compte tenu de l'incertitude de position
- Zone peut-être vue  $\mathbb{V}^{\exists}$  : ensemble des points qui ont pu être dans le champ de vision du robot
- $\mathbb{V}^{\forall}(t)$  et  $\mathbb{V}^{\exists}(t)$  forment un encadrement de la zone véritablement vue  $\mathbb{V}(t)$

Zone explorée

# La zone sûrement vue dépend de l'incertitude de localisation

Guaranteed visible area  $\mathbb{V}^v$



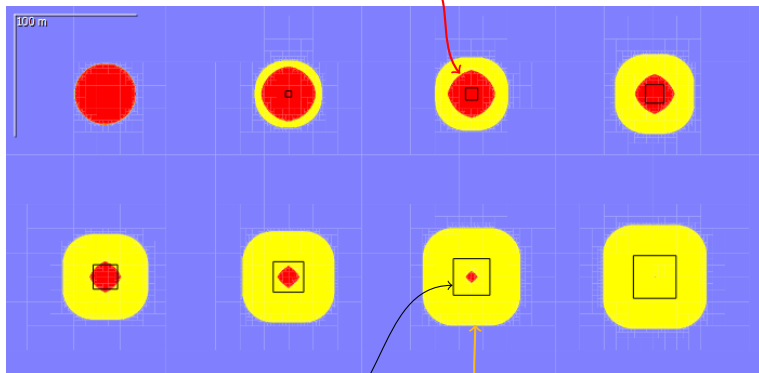
Position uncertainty box  $[x]$

Possible visible area  $\mathbb{V}^p$

Zone explorée

# La zone sûrement vue dépend de l'incertitude de localisation

Guaranteed visible area  $\mathbb{V}^v$



Position uncertainty box  $[x]$

Possible visible area  $\mathbb{V}^p$

# Guaranteed and possible explored area

Guaranteed explored area  $M^{\forall}$  : union of all the guaranteed visible areas during the mission

$$M^{\forall} = \bigcup_{t \in [t]} V^{\forall}(t), \quad (1)$$

Possible explored area  $M^{\exists}$  : union of all the possible visible areas over time

$$M^{\exists} = \bigcup_{t \in [t]} V^{\exists}(t). \quad (2)$$

A bracketing of the actual explored area  $M$  is given by

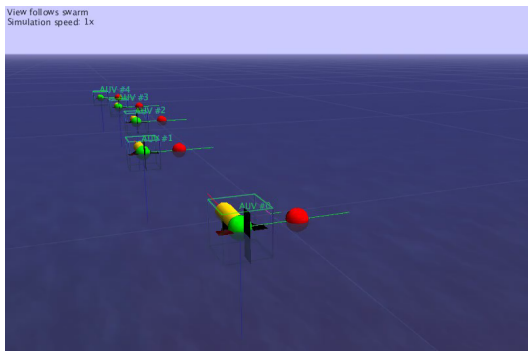
$$M^{\forall} \subset M \subset M^{\exists}.$$



# Outline

- 1 Méthodes ensemblistes par intervalles
  - Analyse par intervalles
  - Contracteurs et Inversion ensembliste
- 2 Localisation and caractérisation de la zone explorée
  - Localisation coopérative
  - Zone explorée
- 3 Résultats
  - Simulation d'une flottille d'AUVs
  - Caractérisation de la zone explorée

# Simulation d'une flottille d'AUVs



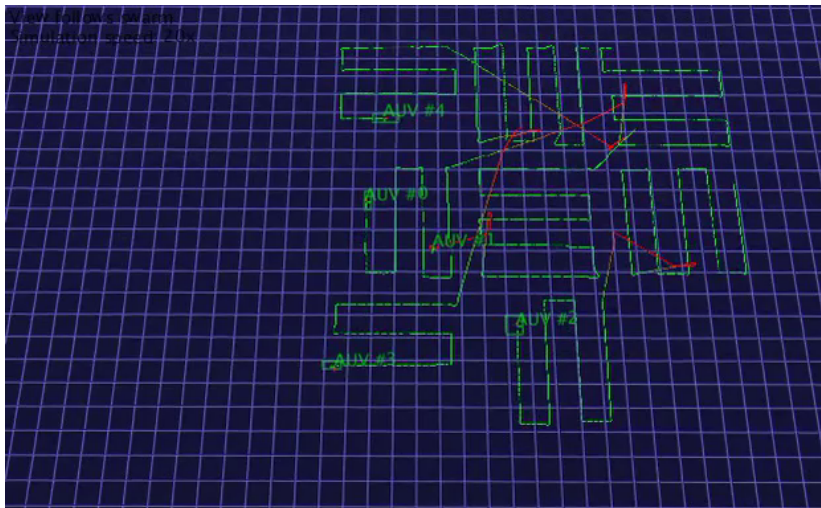
On simule une flottille de 4 AUVs équipés de

- GPS
- Loch Doppler
- Centrale inertielle
- Capteur de pression
- Communication acoustique et mesure de distance

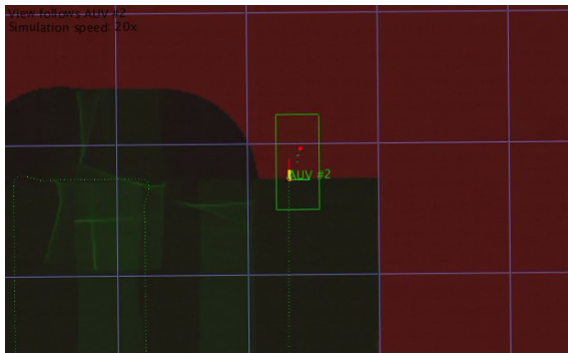
Mission : explorer et couvrir une zone de 1.5 km x 2 km

Simulation d'une flottille d'AUVs

# Simulation d'une flottille : exploration



# Simulation d'une flottille : localisation ensembliste

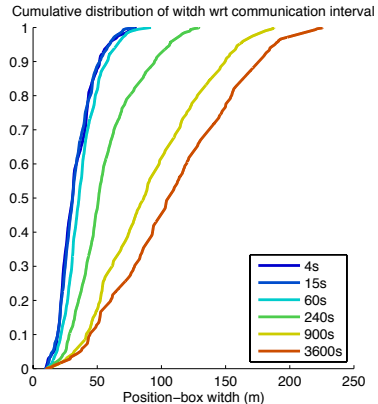
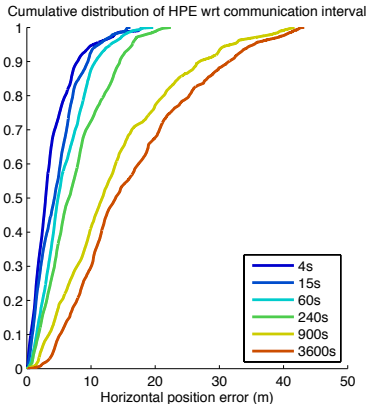


- Les boîtes représentent l'incertitude de localisation
- Le suivi de trajectoire est réalisé par rapport au centre des boîtes
- Les mesures de distances contractent les boîtes

Simulation d'une flottille d'AUVs

# Résultats : localisation ensembliste en temps réel

Distribution de l'erreur de position (à gauche) et de la largeur des boîtes de localisation (à droite) pour différents intervalles entre les mesures de distance.



- Augmenter la fréquence des communications améliore la localisation.
- L'amélioration est moins significative pour des périodes  $\leq 1$  min.

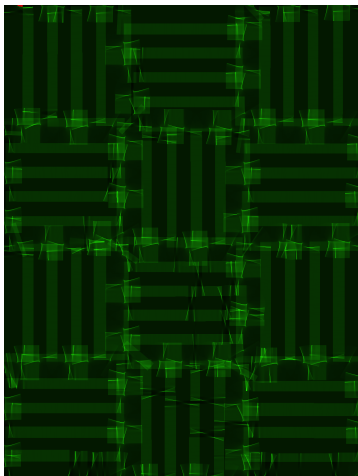


Simulation d'une flottille d'AUVs

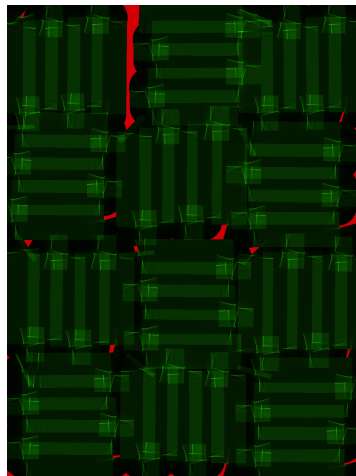
# La communication améliore la couverture

Red=unexplored. Green intensity=number of scans

• With communication



• Without communication

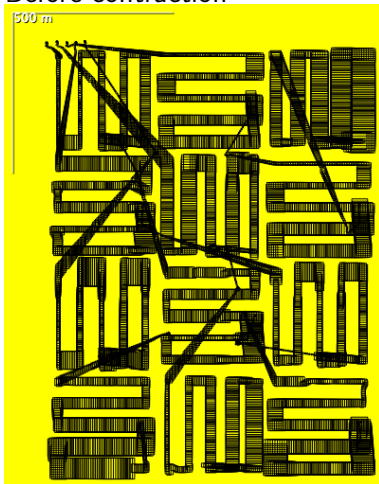


# Outline

- 1 Méthodes ensemblistes par intervalles
  - Analyse par intervalles
  - Contracteurs et Inversion ensembliste
- 2 Localisation and caractérisation de la zone explorée
  - Localisation coopérative
  - Zone explorée
- 3 Résultats
  - Simulation d'une flottille d'AUVs
  - Caractérisation de la zone explorée

# Post-traitement des trajectoires

Before contraction



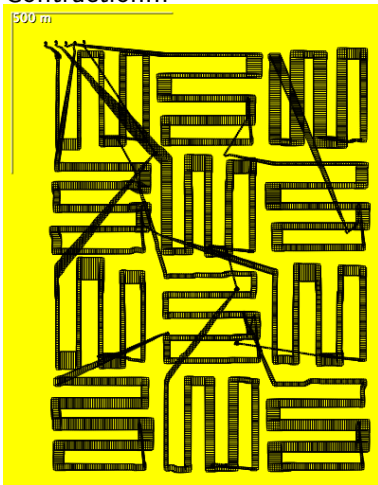
Problème de satisfaction de contraintes

- Propagation des contraintes de distance
- Propagation en avant et en arrière dans le temps avec le modèle d'évolution



# Post-traitement des trajectoires

Contraction...



Problème de satisfaction de contraintes

- Propagation des contraintes de distance
- Propagation en avant et en arrière dans le temps avec le modèle d'évolution

# Post-traitement des trajectoires

Contraction...



Problème de satisfaction de contraintes

- Propagation des contraintes de distance
- Propagation en avant et en arrière dans le temps avec le modèle d'évolution

# Post-traitement des trajectoires

After contraction

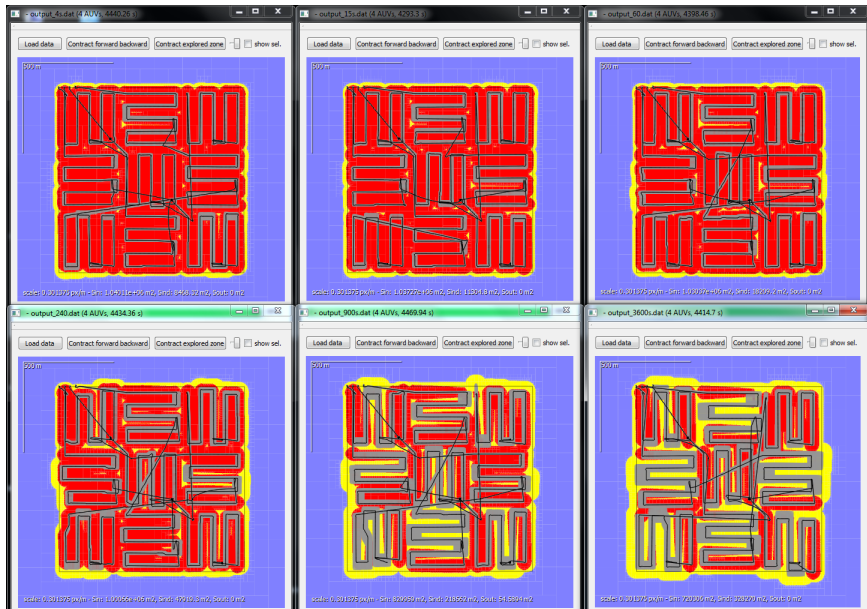


Problème de satisfaction de contraintes

- Propagation des contraintes de distance
- Propagation en avant et en arrière dans le temps avec le modèle d'évolution

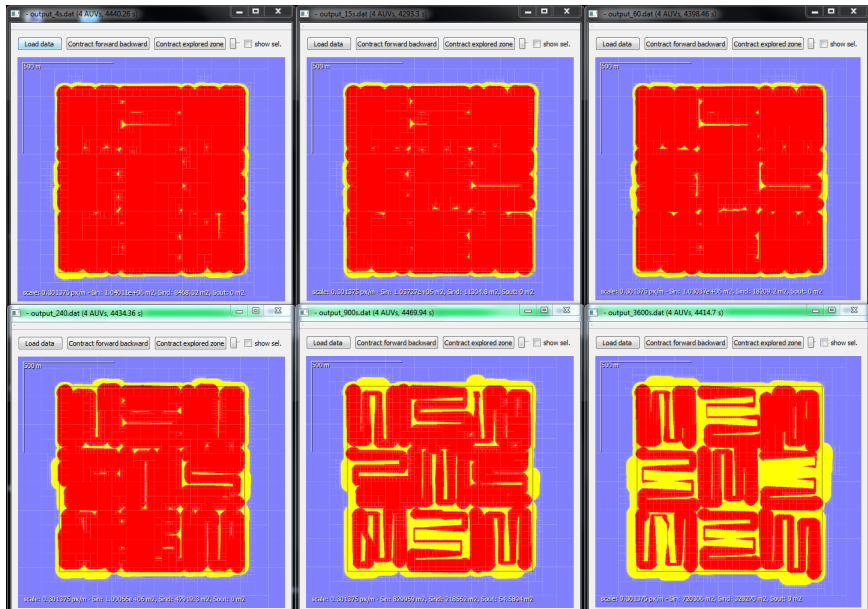
# Explored area computation.

Red=guaranteed ( $M^V$ ), Yellow=possible ( $M^E$ ),  $T_{com} \in \{4s, 15s, 60s, 4min, 15min, 60min\}$



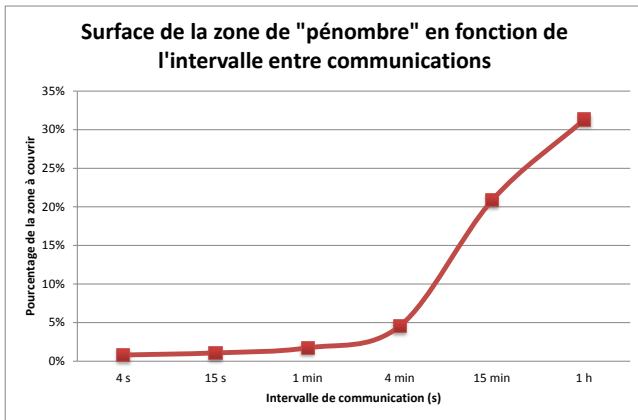
# Frequent communication improves guaranteed area.

Red=guaranteed ( $M^V$ ), Yellow=possible ( $M^E$ ),  $T_{com} \in \{4s, 15s, 60s, 4min, 15min, 60min\}$



Caractérisation de la zone explorée

# Impact of communication frequency on the guaranteed explored area.



# Conclusion

- Méthode ensembliste par intervalles pour le positionnement collaboratif dans une flottille d'AUVs.
- Calcul ensembliste de la zone explorée à partir des données de navigation. Fournit une première mesure de couverture avant le traitement des données capteurs.
- La communication et mesure de distance entre AUVs améliore le positionnement, et facilite la validation de couverture.