

Géodésie chronométrique relativiste

Gérard Petit

Bureau International des Poids et
Mesures

92312 Sèvres Cedex, France



Bureau
International des
Poids et
Mesures

Geopos 17 Octobre 2019

Résumé

- ◆ **Temps, horloges et relativité**
- ◆ Potentiel de pesanteur + horloges = géodésie chronométrique relativiste
- ◆ Horloges à 10^{-18} et comment les comparer, vers une redéfinition de la seconde?
- ◆ Apports de la géodésie chronométrique relativiste

Qu'est ce que le temps?



« On peut surmonter toutes les difficultés associées à la définition du mot ' temps ' en le remplaçant par ' la position de la petite aiguille de ma montre ' » (A. Einstein)

Donc « Le temps, c'est ce qui est mesuré par une horloge »??

Temps comme durée
(ce que mesure une horloge)

- ◆ eine Stunde, one hour
- ◆ sablier, chronomètre de marine, pendule, quartz ...

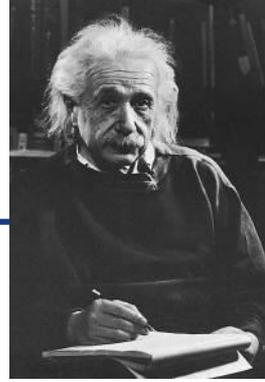


Temps comme date
(ce qui permet de dater un événement)

- ◆ eine Uhr, one O'clock
- ◆ suite des jours + cadran solaire (rotation de la Terre)

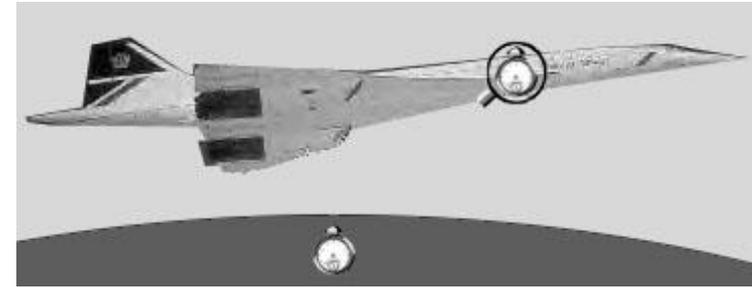


La relativité du temps



- ◆ Les deux sens “temps-durée” et “temps-date”, recouvrent une différence fondamentale, révélée par la théorie de la relativité.
- ◆ Le temps-durée (**temps propre τ** en relativité) n’est valable qu’au voisinage de l’horloge qui le réalise.

Deux horloges situées en des lieux différents ou en mouvement l’une par rapport à l’autre marquent des temps différents.



- ◆ Le temps-date (**temps-coordonnée t** en relativité) sert à dater les événements de manière non ambiguë.

- ◆ Mais la durée entre deux événements n’est plus (exactement) égale à la différence entre les dates de ces deux événements.

Temps propre \leftrightarrow Temps-coordonnée

$$d\tau / dt = 1 - 1/c^2 [U(t,x) + v(t,x)^2/2] + O(c^{-4})$$

$$U \approx GM/r$$

où U est le potentiel gravitationnel à la position de l’horloge et v sa vitesse

Formulation Relativiste: comparer deux horloges (1/3)

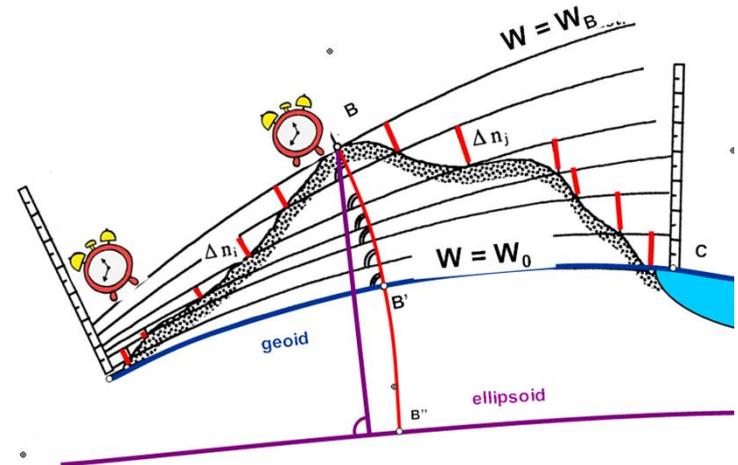
- ◆ Pour une horloge immobile sur Terre, v est seulement la vitesse due à la rotation de la Terre ω

$$d\tau / dt = 1 - 1/c^2 [U(t,x) + \omega^2 r^2/2]$$

$$d\tau / dt = 1 - W/c^2$$

où **W est le potentiel de pesanteur (gravitation + rotation)** à l'emplacement de l'horloge.

- ◆ Pour deux horloges: $d\tau_A / d\tau_B \approx 1 + (W_B - W_A)/c^2$
- ◆ Deux horloges idéales, avec une même valeur du potentiel de pesanteur, ont la même marche
- ◆ Pour comparer deux horloges il faut prendre en compte la différence du potentiel de pesanteur aux deux points.



Comparer deux horloges... (2/3)

$$d\tau_A/d\tau_B \approx 1 + (W_B - W_A)/c^2$$

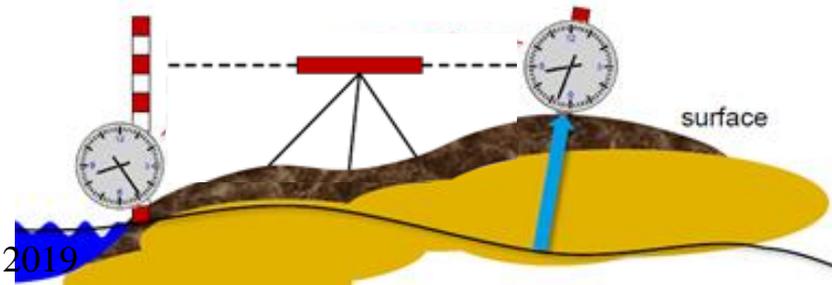
- ◆ Cet effet de “**décalage relativiste de la fréquence**” d’une horloge n’est **pas du tout négligeable** pour les horloges atomiques:
 - Environ 1×10^{-16} sur la fréquence par mètre d’altitude
 - Environ 1.7×10^{-13} entre le labo américain du NIST à Boulder (Colorado) et l’Observatoire de Paris
 - Environ 4.5×10^{-10} entre une horloge sur Terre et une horloge d’un satellite GPS

Il faut absolument en tenir compte pour comparer les horloges!

- ◆ 1ère option:

Si les deux horloges sont assez proches, on peut calculer $\Delta W = - \int g \cdot dH$ par intégration sur le trajet les reliant (g = accélération de la pesanteur, H = altitude)

On a donc besoin de connaître l’accélération de la pesanteur et la différence d’altitude



Comparer deux horloges... (3/3)

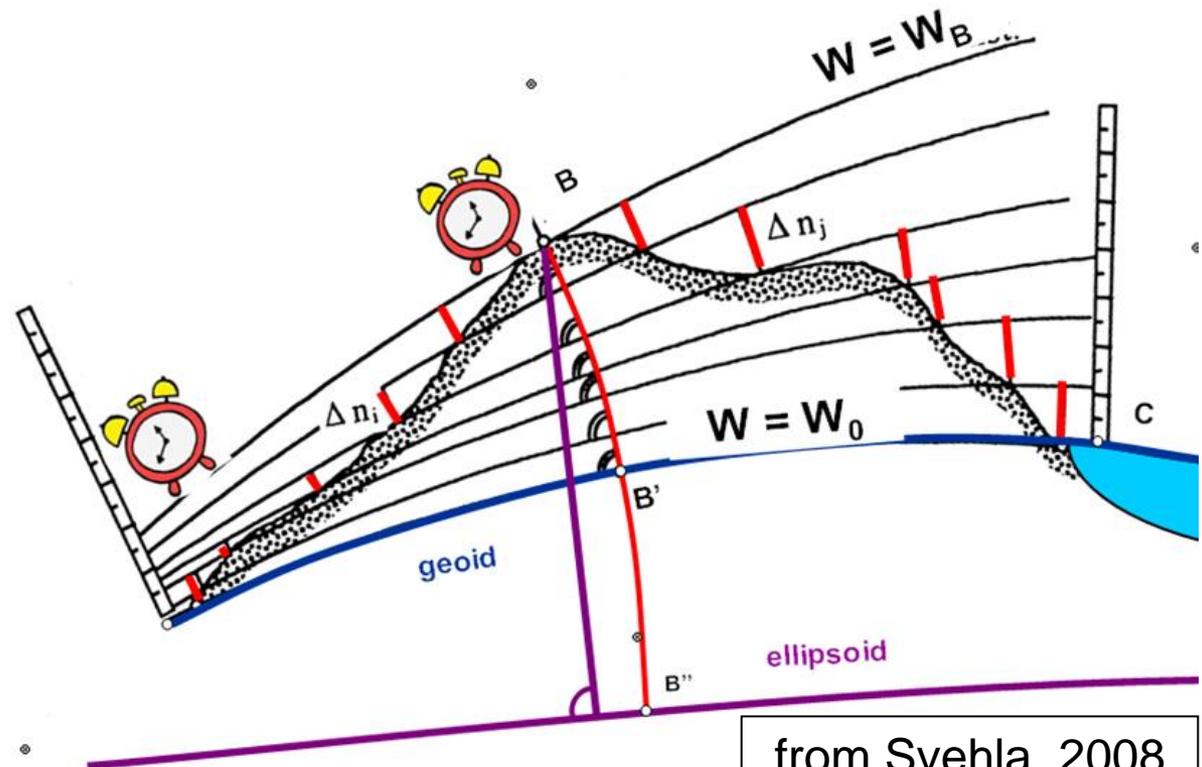
$$d\tau_A/d\tau_B \approx 1 + (W_B - W_A)/c^2$$

- ◆ 2ème option:

On peut aussi utiliser directement le potentiel W donné par un modèle global

A noter une équipotentielle particulière: le géoïde (~niveau moyen des mers)

$$W = W_0$$



CGPM 2018: Resolution 2 on the definition of time scales

Definition of TAI does not mention the geoid any more!

.....

states that

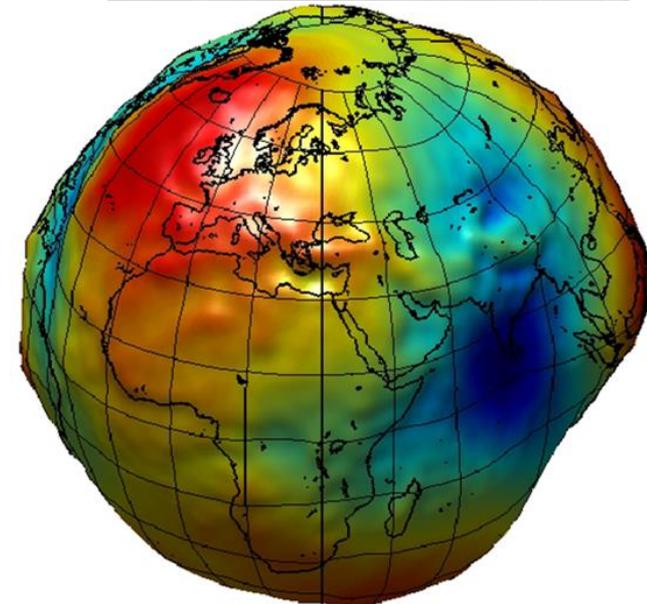
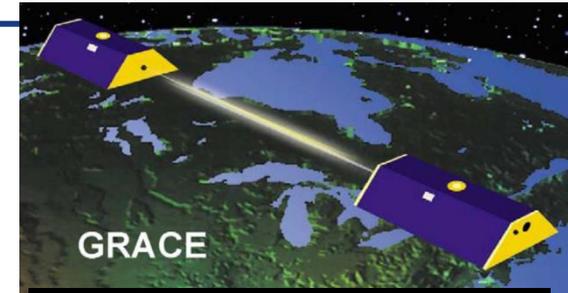
- **TAI is a continuous time scale produced by the BIPM based on the best realizations of the SI second**, and is a realization of TT as defined by IAU Resolution B1.9 (2000),
- in the transformation from the proper time of a clock to TAI, the relativistic rate shift is computed with respect to the conventionally adopted equipotential $W_0 = 62636856.0 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ of the Earth's gravity potential, which conforms to the constant LG defining the rate of TT,
- as stated in the IAU Resolution A4 (1991), $TT - TAI = 32.184 \text{ s}$ exactly at 1 January 1977, 0h TAI at the geocentre, in order to ensure continuity of TT with Ephemeris Time,
- UTC produced by the BIPM, based on TAI, is the only recommended time scale for international reference and the basis of civil time in most countries,
- **UTC differs from TAI only by an integral number of seconds as published by the BIPM**,

.....

-
- ◆ Temps, horloges et relativité
 - ◆ **Potentiel de pesanteur + horloges = géodésie chronométrique relativiste**
 - ◆ Horloges à 10^{-18} et comment les comparer, vers une redéfinition de la seconde?
 - ◆ Apports de la géodésie chronométrique relativiste

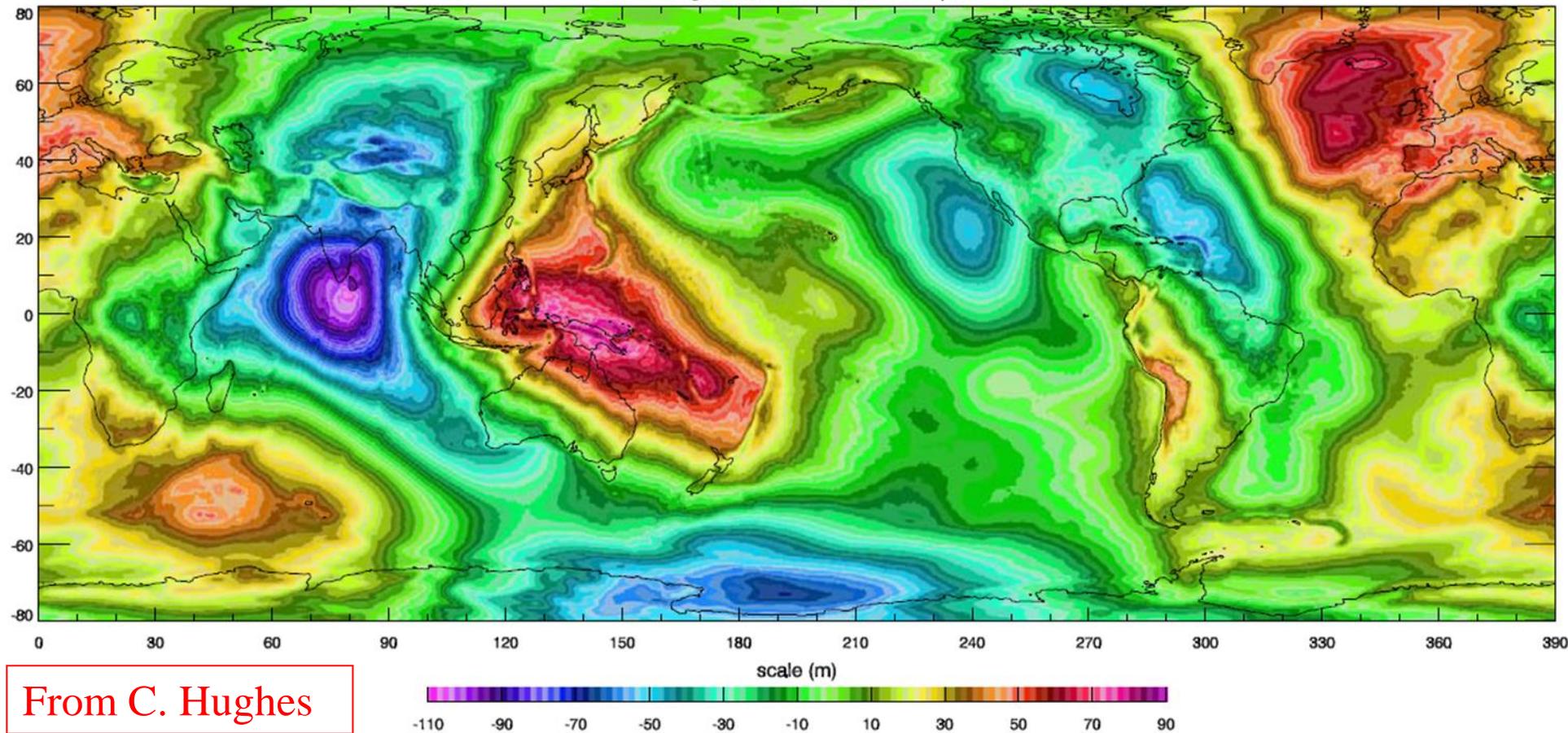
Modèles globaux du potentiel gravitationnel terrestre

- ◆ Des satellites dédiés permettent de déterminer de manière de plus en plus fine, et de manière globale, le potentiel de pesanteur de la Terre et son équipotentielle de référence, **le géoïde**.
- ◆ Ces modèles globaux ne représentent pas bien les variations locales de la pesanteur, qui doivent être “ajoutées” par des mesures locales.
- ◆ Les “grandes longueurs d’onde” du géoïde sont déterminées avec une exactitude de quelques cm.



Le géoïde

Geoid height relative to a reference ellipsoid

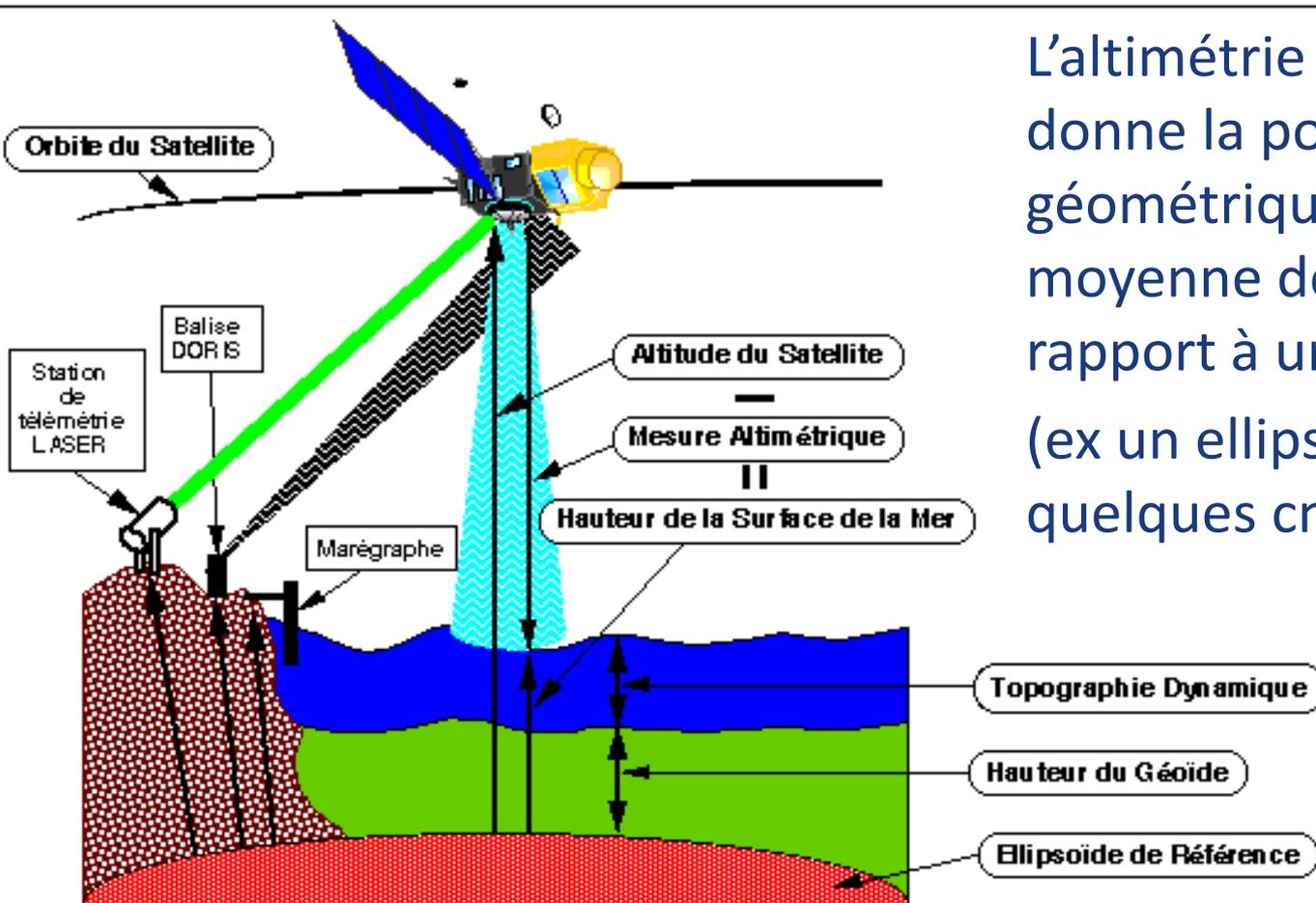


From C. Hughes

Les modèles satellitaires déterminent très bien la forme globale du géoïde: exactitude moyenne de quelques cm sur une surface qui diffère d'un ellipsoïde de quelque 200 m

Altimétrie par satellite et niveau de la mer

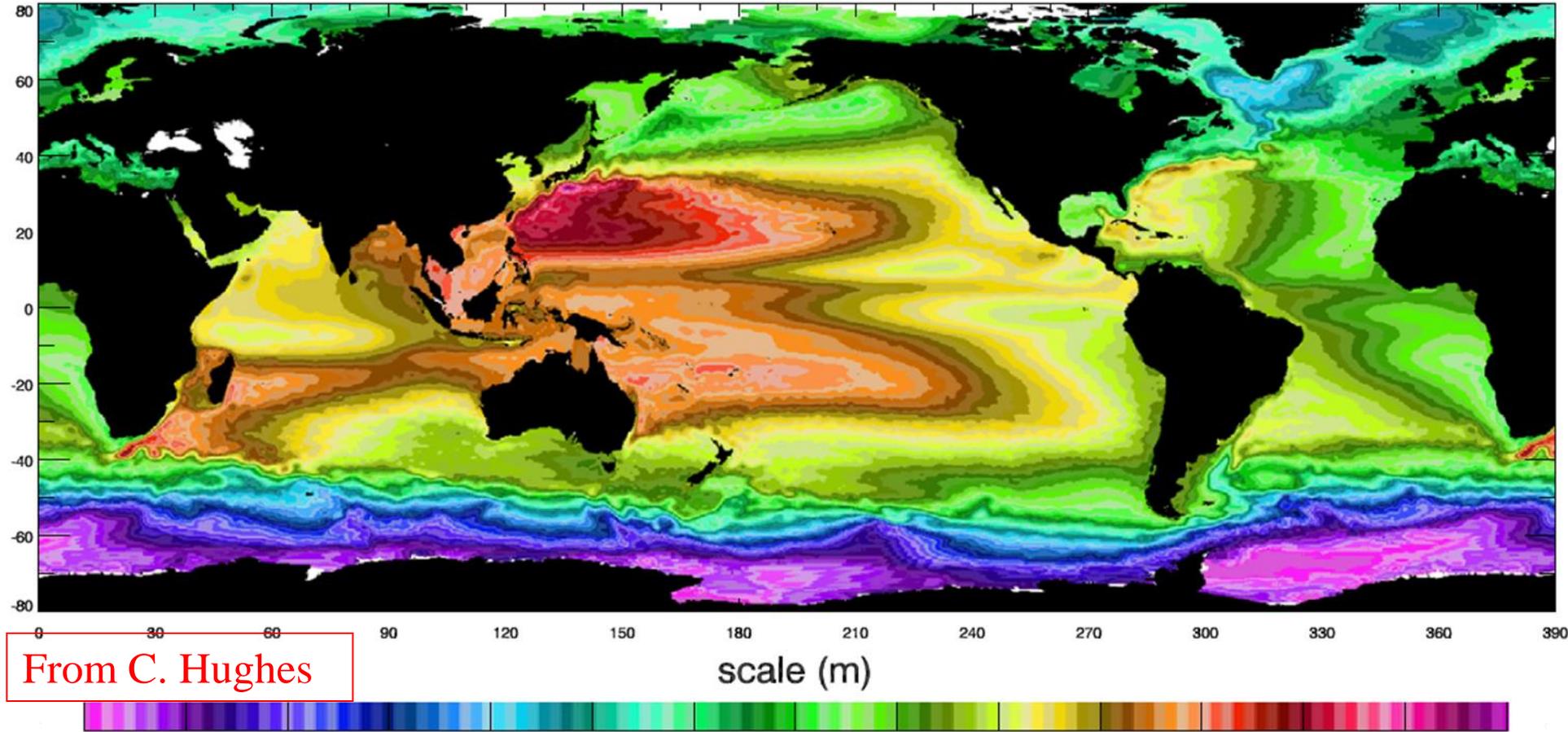
L'altimétrie radar par satellite donne la position géométrique de la surface moyenne de la mer par rapport à une référence (ex un ellipsoïde) avec quelques cm d'exactitude



<http://wwwrc.obs-azur.fr/cerga/gmc/>

Le géoïde et le niveau moyen des mers

Ocean dynamic topography



-2.00 -1.75 -1.50 -1.25 -1.00 -0.75 -0.50 -0.25 0.00 0.25 0.50 0.75 1.00 1.25 1.50

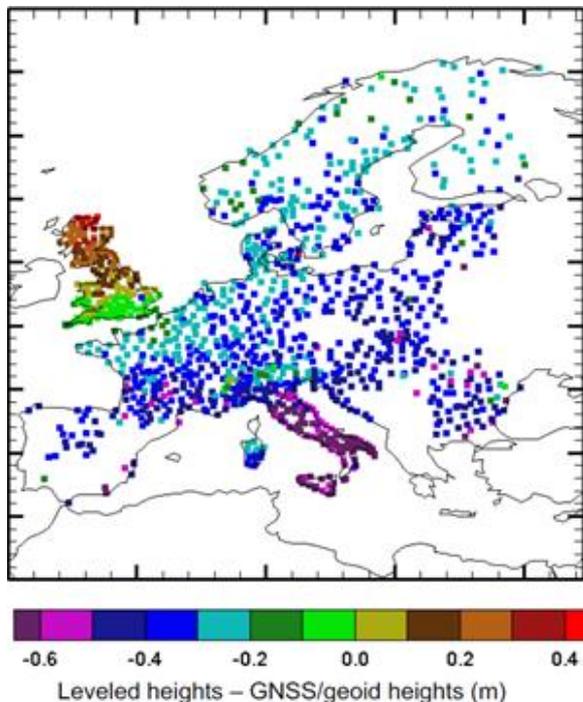
Le niveau moyen des mers diffère du géoïde: c'est la **topographie dynamique des océans**, due aux courants et aux vents (+/- 2 m)

Au niveau local, c'est plus compliqué

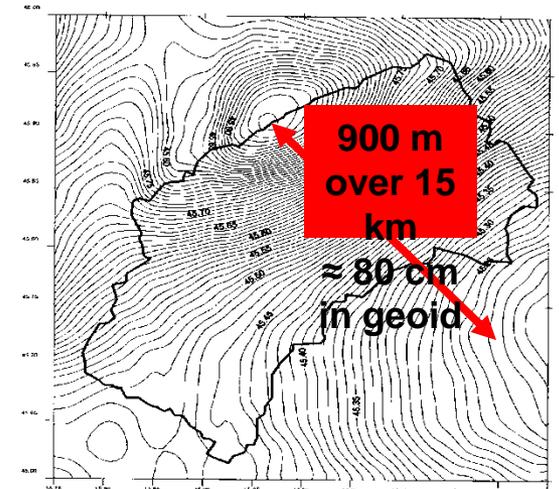
- ◆ L'altimétrie radar n'est pas aussi précise au voisinage des côtes qu'en pleine mer, de même que les modèles de topographie dynamique des océans. Or c'est là que se situent les marégraphes, points de référence des altitudes.



- ◆ Le géoïde est plus difficile à évaluer sur les continents
- ◆ Un relief escarpé va bosseler le géoïde ...



- ◆ Les réseaux nationaux d'altitude diffèrent de plusieurs décimètres



Comparer deux horloges

- ◆ Décalage relativiste de fréquence. $d\tau_A / d\tau_B \approx 1 + (W_B - W_A)/c^2$
où **W est le potentiel de pesanteur (gravitation + rotation)** à l'emplacement de l'horloge.
- ◆ Si on veut calculer le décalage relativiste de fréquence avec les méthodes de la géodésie avec une exactitude meilleure que l'exactitude des horloges ...
 - Pour les fontaines à Cs actuelles (exactitude de fréquence de 1×10^{-16} , soit environ 1 m sur l'altitude), c'est assez facile à obtenir.
 - Pour les nouvelles horloges à 10^{-18} ...????????????

Mais on peut inverser le problème

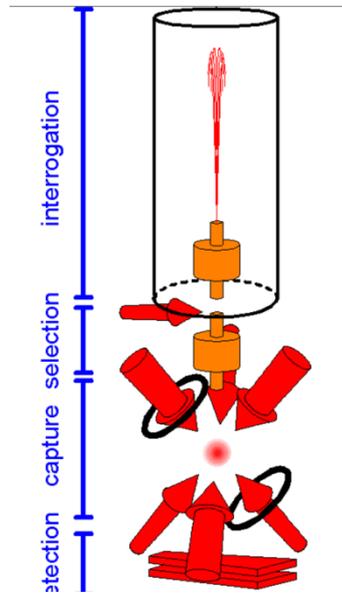
Géodésie chronométrique relativiste: les conditions...

- ◆ Si on a des horloges exactes (ou répétables) au niveau de 1×10^{-18}
 - Plusieurs types d'horloges optiques ont déjà atteint ce niveau de performance.
 - Reste à les rendre fiables, transportables,...
- ◆ Et si on peut les comparer entre elles au niveau de 1×10^{-18}
 - Par exemple avec des liens fibrés (sur un continent)
- ◆ **Alors on pourra mesurer directement le potentiel de pesanteur , et donc les altitudes, au niveau de 1cm**, partout où on pourra mettre ces horloges et les comparer

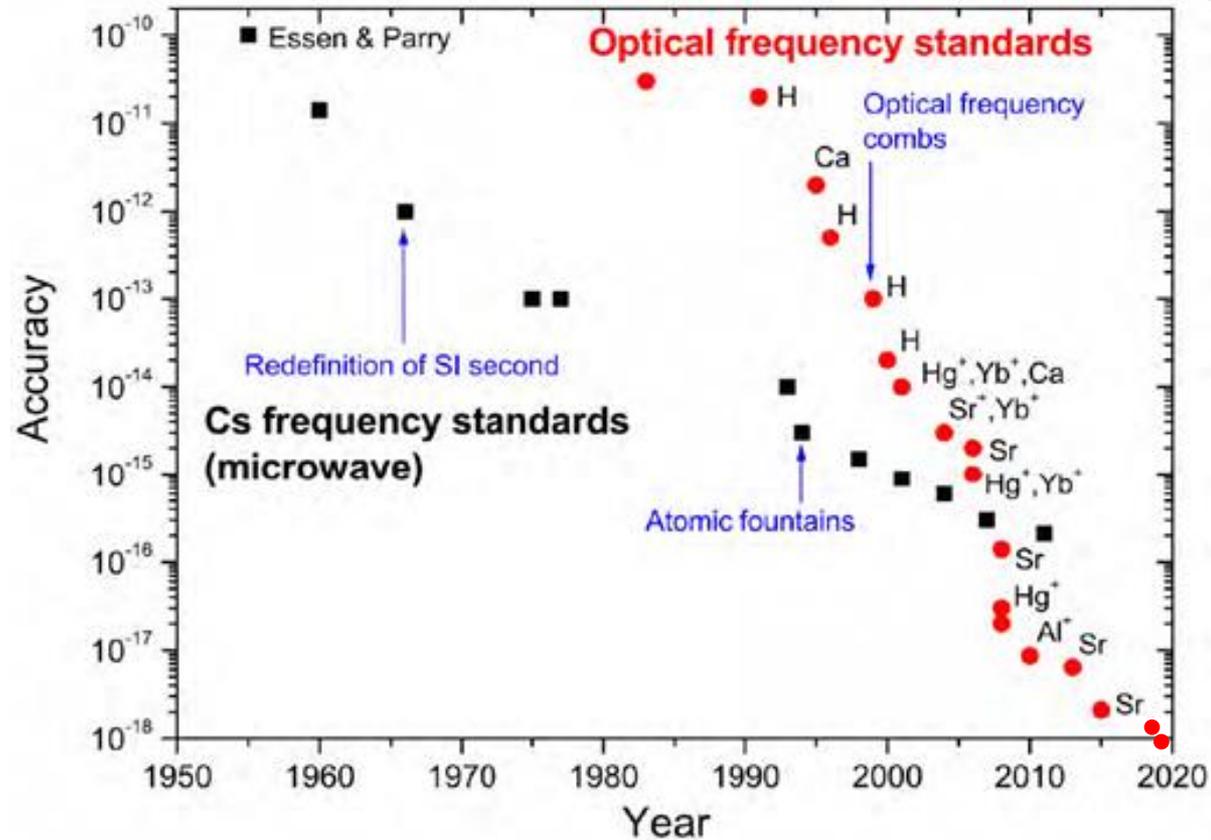
- ◆ Temps, horloges et relativité
- ◆ Potentiel de pesanteur + horloges = géodésie chronométrique relativiste
- ◆ **Horloges à 10^{-18} et comment les comparer, vers une redéfinition de la seconde?**
- ◆ Apports de la géodésie chronométrique relativiste

Progresses of frequency standards

- ◆ Cs fountains now at 1×10^{-16} , close to their limit.



- ◆ Optical frequency standards have been easy to handle since frequency combs appeared. They are now in the low 10^{-18} .

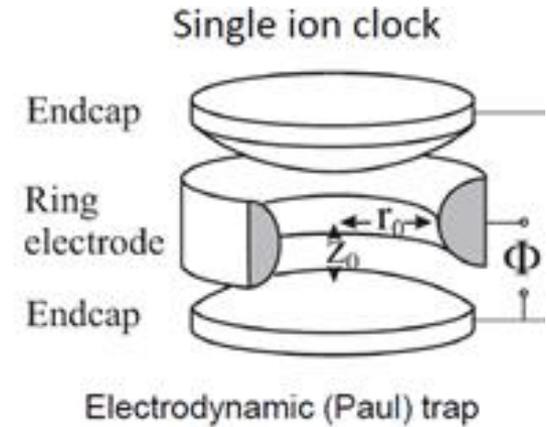


From S. Bize

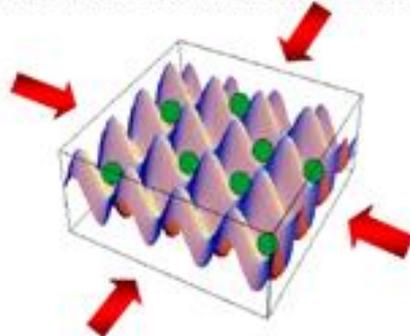
Progresses of frequency standards

◆ Two main types of optical frequency standards

- (Single) ion in an EM trap
 - ◆ Low SNR
 - ◆ Lots of studied ions
- (Many) neutral atoms trapped in a lattice
 - ◆ High SNR
 - ◆ Reduce shifts / interactions between atoms



Neutral atom lattice clock



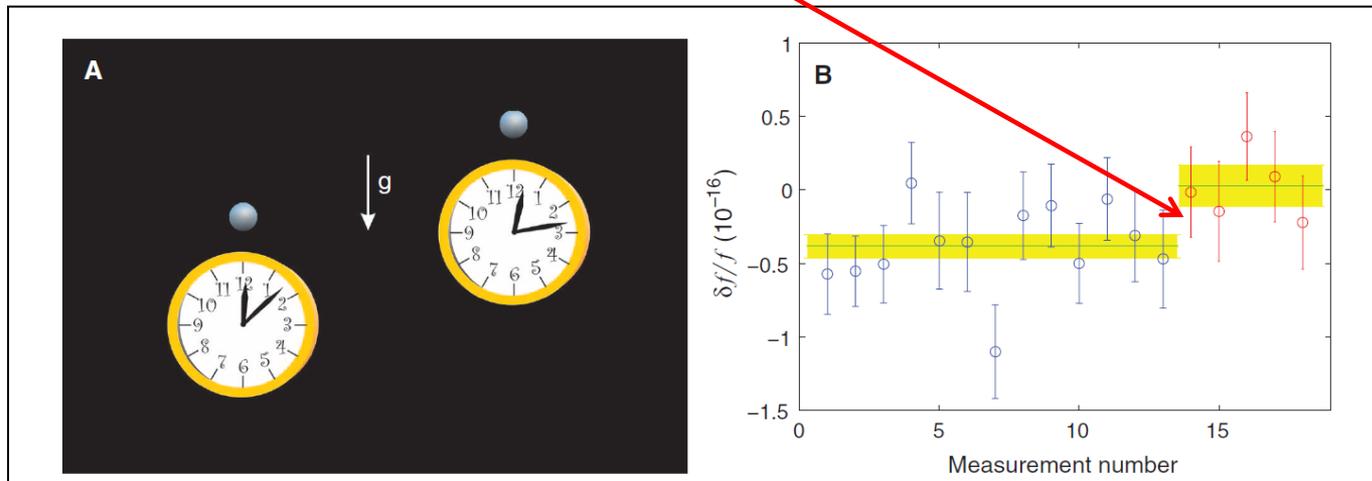
From F. Riehle

- $10^4 - 10^6$ atoms can be interrogated
- High S/N; high frequency stability



Frequency comparison at 10^{-18} : easy locally

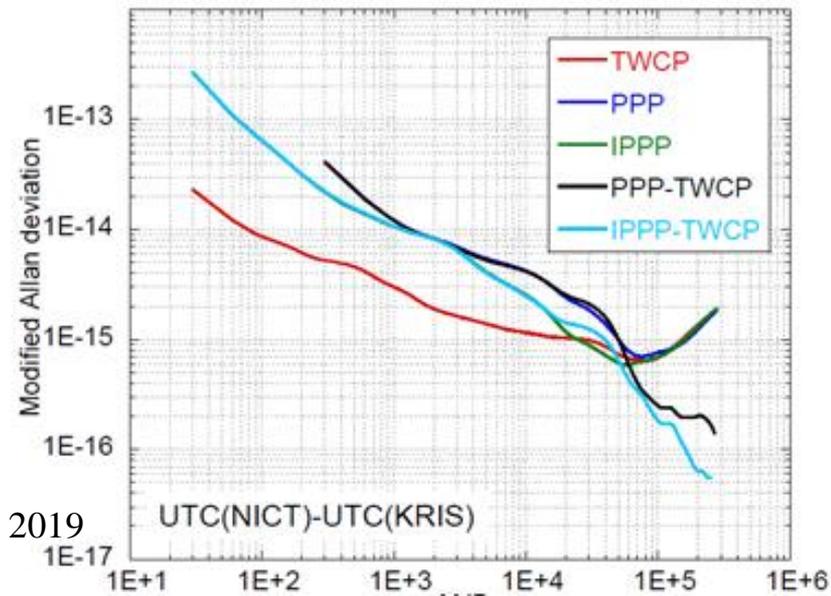
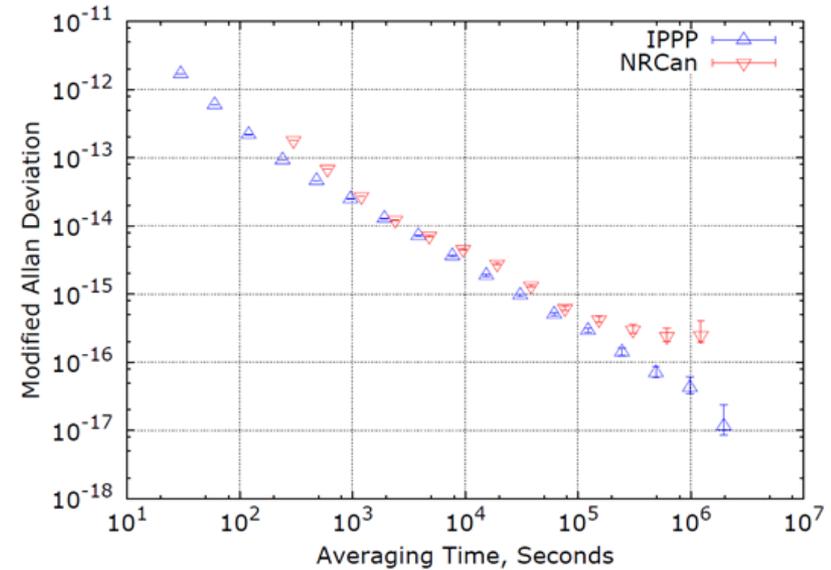
- ◆ Two ion clocks in the same laboratory
- ◆ One is moved up by a few tens of cm



[Chou et al. Science 2010] “the clocks exhibit (Fig. 3) a fractional frequency change of $(4.1 \pm 1.6) \times 10^{-17}$. When this shift is interpreted as a measurement of the change in height of the Al-Mg clock, the result of 37 ± 15 cm agrees well with the known value of 33 cm.”

Frequency transfer 1: Present satellite techniques

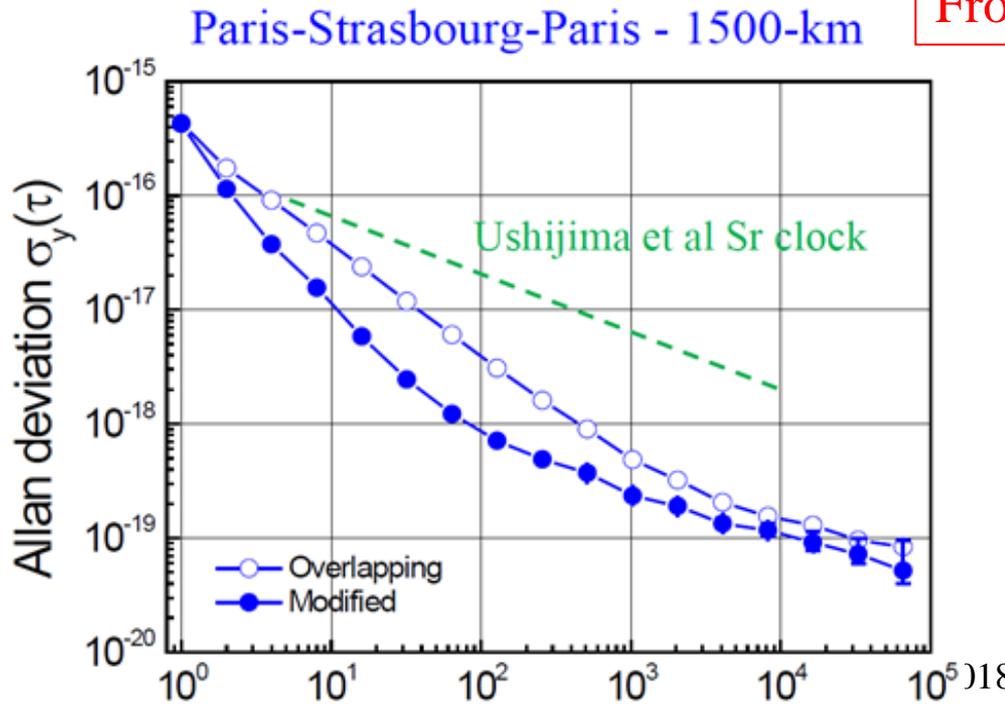
- Standard techniques
 - 'Classical' GNSS and Two Way time /frequency transfer limited to \sim few 10^{-16} after several days averaging.
- Advanced techniques
 - Using phase measurements improves much over standard code techniques, but requires phase continuity:
 - **GPS IPPP** (integer ambiguities) provides 1×10^{-16} at 3 days, low 10^{-17} at 20 days. Checked vs. 420 km fiber link.
 - **TWCP** should be even better but phase continuity may be more difficult to ensure.



Frequency transfer 2: Fiber links

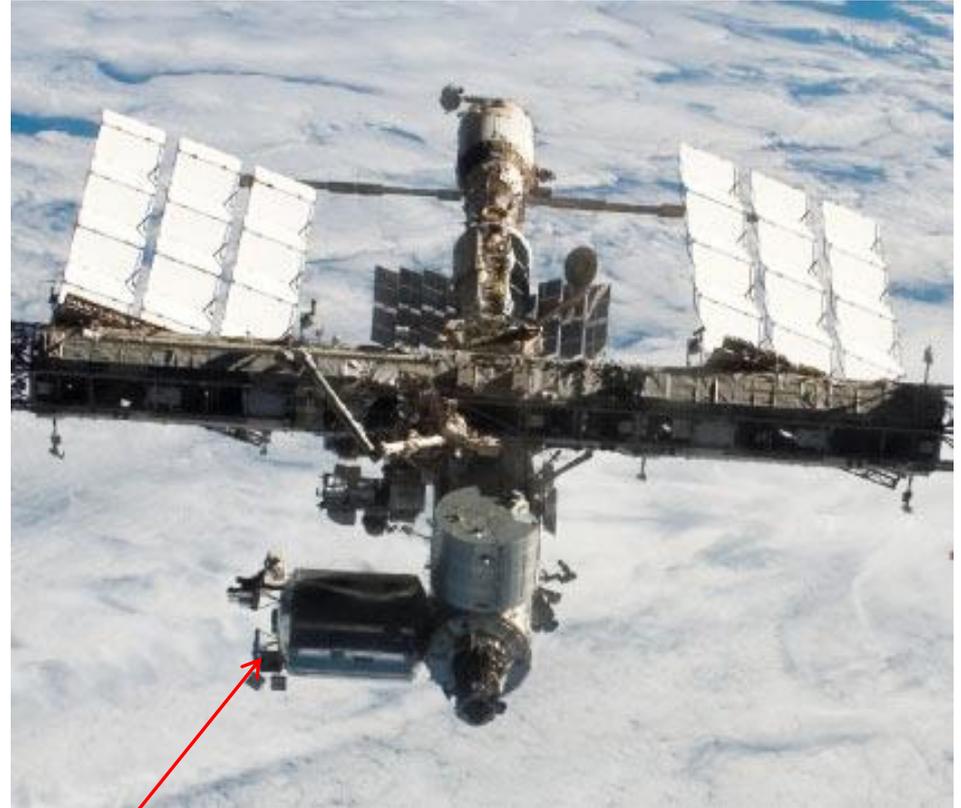
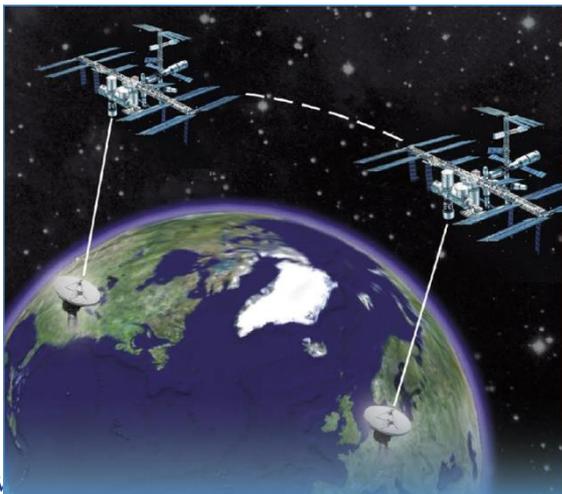
- ◆ Better than 10^{-18} within hours.
- ◆ 1500 km link demonstrated on public telecom network.
- ◆ Requires hardware installation (bi-directional amplifiers, multiplexers, regenerating stations) and a lot of negotiations with operators.
- ◆ Continental networks are emerging.

From A. Amy-Klein



Frequency transfer 3: Future ACES time link

- ◆ Atomic Clock Ensemble in Space
 - PHARAO Cs clock and H maser
 - Microwave link (2+1 ways)
 - Laser link
- ◆ To fly 2020 (??) on board the ISS for 18 months to 3 years
- ◆ Ground Clock comparisons@ 10-17 achieved over 4-5 days in non common view



ACES

From Ch. Salomon

What needs to be achieved to compare clocks at a distance? In terms of frequency accuracy \equiv time stability

« Commercial » clocks

Cs tube, H-maser

$10^{-14} \approx 1 \text{ ns} / 1 \text{ day}$

$10^{-15} \approx 0.1 \text{ ns} / 1 \text{ day}$



« Best » present standards

Cs fountains (in ~ 10 labs)

$10^{-16} \approx 0.1 \text{ ns} / 10 \text{ days}$

$10 \text{ ps} / 1 \text{ day}$

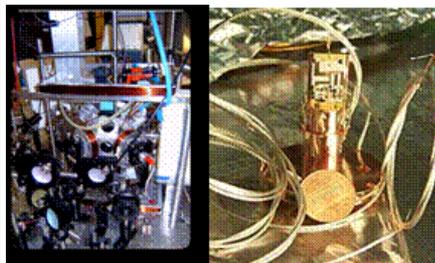


« Future » standards

Lattice (e.g. Sr), trapped ions

$10^{-17} \approx 1 \text{ ps} / 1 \text{ day}$

$10^{-18} \approx 1 \text{ ps} / 10 \text{ days}$



GNSS

TW

Fibre
<x000 km
and
other
optical
links

ACES
when flying

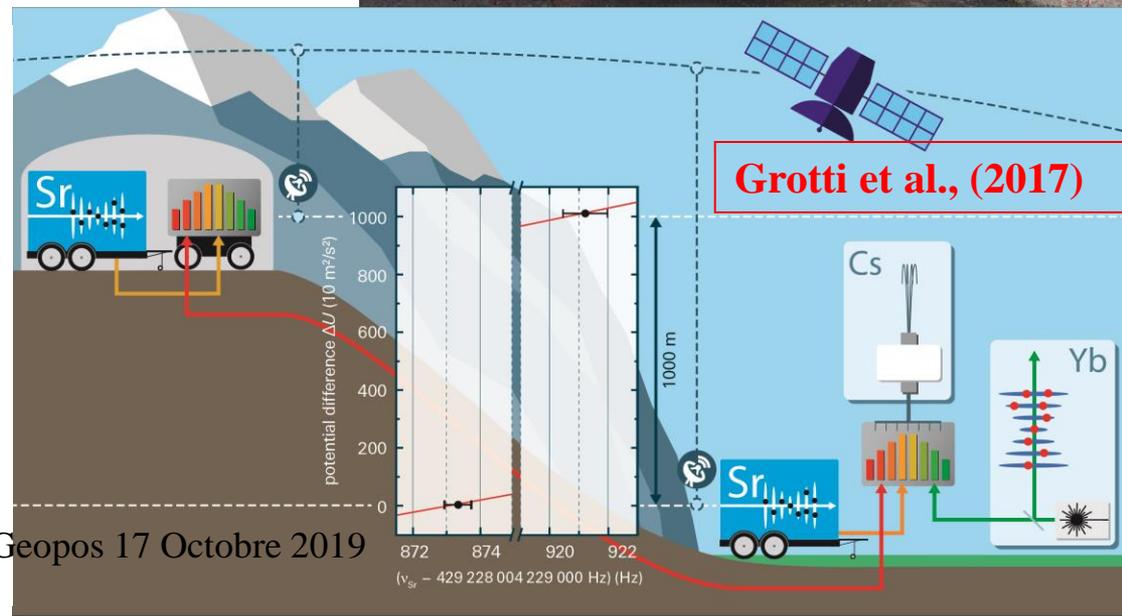
IPPP

New TW



Revenir au transport d'horloge ?

- ◆ Le transport d'horloge ne peut pas servir de transfert de fréquence pour mesurer le potentiel de pesanteur !! Mais il permet de placer une horloge aux points de mesure.
- ◆ Des horloges optiques transportables existent. 10^{-17} attendu, 10^{-18} possible
 - Horloge Sr de la PTB
 - Autres projets Ca+, etc...
- ◆ Première expérience terrain:
 - Horloge Sr étalonnée à Turin (fontaine Cs), puis transportée au Tunnel du Fréjus;
 - Horloge Sr dans le tunnel comparée à la fontaine de Turin par lien fibré;
 - Premier résultat: 10^{-16} « seulement », mais démontre la faisabilité



A roadmap towards the redefinition of the second

The Consultative Committee for Time and Frequency adopted in 2017 a roadmap towards the redefinition of the second (Riehle 2016):

1. ... at least three different optical clocks (.....) have demonstrated validated uncertainties of about two orders of magnitude better than the best Cs atomic clocks at that time.
2. ... at least three independent measurements of at least one optical clock **were compared in different institutes (e.g. $\Delta\nu/\nu < 5 \times 10^{-18}$) ... by transportable clocks, advanced links,**
3. ... there are three independent measurements of the optical frequency standards listed in milestone 1 with three independent Cs primary clocks, ... limited essentially by the uncertainty of these Cs fountain clocks (e.g. $\Delta\nu/\nu < 3 \times 10^{-16}$).
4. ... optical clocks (secondary representations of the second) contribute regularly to TAI.
5. ... optical frequency ratios between a few (at least 5) other optical frequency standards have been performed (.....) by independent laboratories and agreement was found ...

Milestone 1 well under way

- Secondary standards: a list of transitions adopted as Secondary Realization of the Second (SRS) or that could become SRS in due time
- For some of these transitions, the uncertainty on the estimation of systematic shifts is much lower than for Cs.
- Most recent results: $^{27}\text{Al}^+$ 9.4×10^{-19} (2019); ^{171}Yb 1.4×10^{-18} (2018);

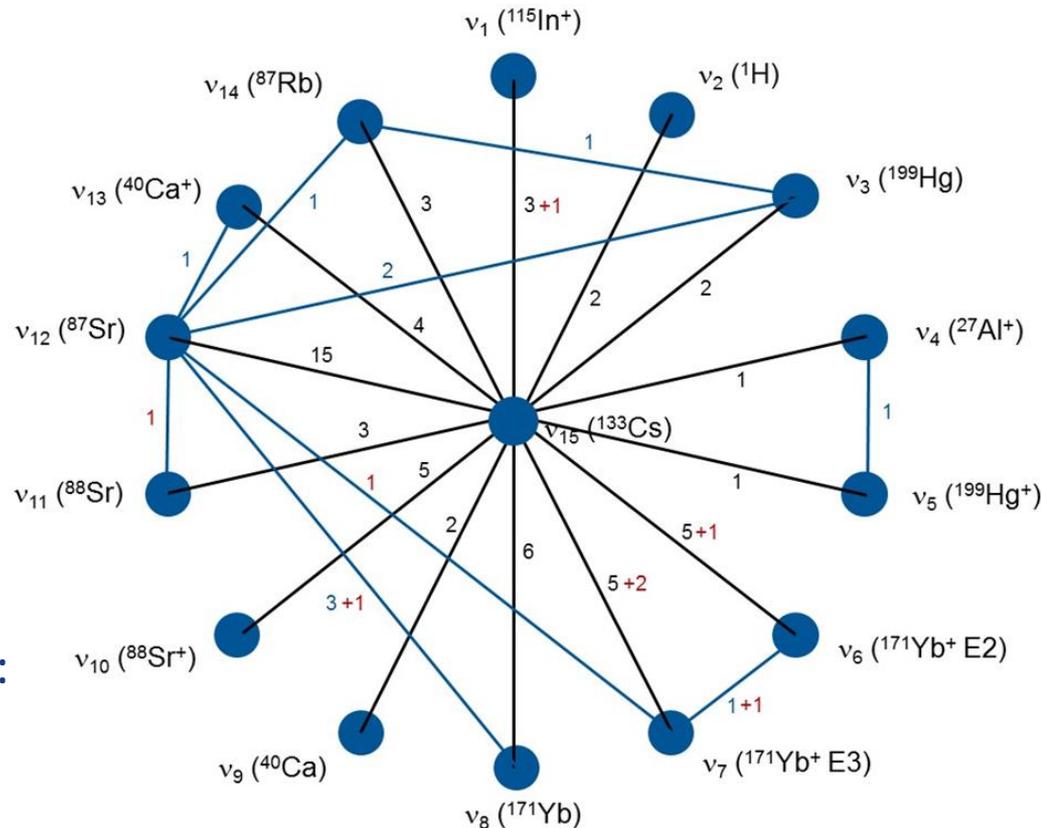
Atom / ion	Clock type	Clock ν THz	Clock λ nm	Lowest published clock systematic uncertainty	Uncertainty of CIPM ν value
^{87}Sr	Lattice	429	698	2.1×10^{-18}	5×10^{-16}
$^{171}\text{Yb}^+$	Ion octopole	642	467	3.2×10^{-18}	6×10^{-16}
$^{27}\text{Al}^+$	Ion, quantum logic	1121	267	8.6×10^{-18}	1.9×10^{-15}
$^{48}\text{Sr}^+$	Ion quadrupole	445	674	1.2×10^{-17}	1.6×10^{-15}
$^{199}\text{Hg}^+$	Ion quadrupole	1065	282	1.9×10^{-17}	1.9×10^{-15}
$^{40}\text{Ca}^+$	Ion quadrupole	411	729	3.4×10^{-17}	1.2×10^{-14}
^{199}Hg	Lattice	1129	266	7.2×10^{-17}	6×10^{-16}
$^{171}\text{Yb}^+$	Ion quadrupole	688	436	1.1×10^{-16}	6×10^{-16}
^{171}Yb	Lattice	518	578	3.4×10^{-16}	2×10^{-15}

From Gill (2017)

Milestones under way

- ◆ Frequency ratios are being measured with much smaller uncertainty than Cs e.g.
 - $\nu(^{27}\text{Al}^+) / \nu(^{199}\text{Hg}^+) \quad 5.5 \times 10^{-17}$
(Rosenband et al. 2008)
 - $\nu(^{171}\text{Yb}) / \nu(^{87}\text{Sr}) \quad 5.5 \times 10^{-17}$
(Nemitz et al. 2016)
 - $\nu(^{88}\text{Sr}) / \nu(^{87}\text{Sr}) \quad 2.3 \times 10^{-17}$
(Takano et al. 2017)
 - A few more in preparation
- ◆ These are mostly in same lab
- ◆ Measurements in different labs, gravity potential taken into account:
 - OP-PTB ^{87}Sr 5×10^{-17}
(Lisdat et al. 2016)

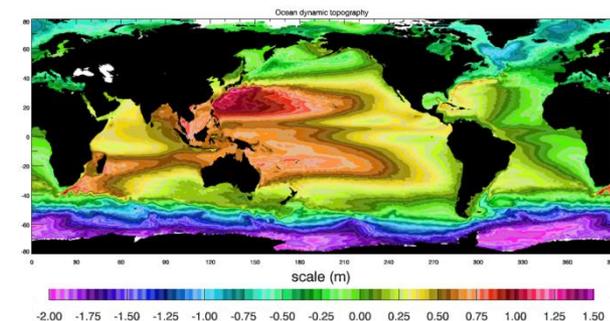
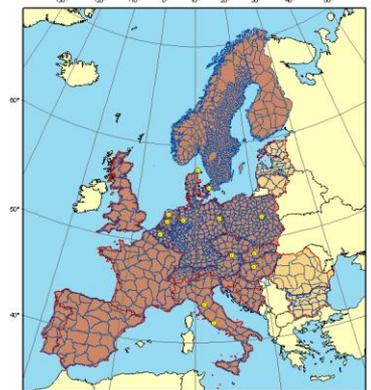
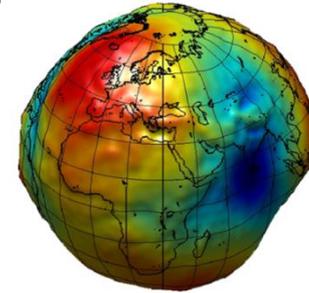
Number of measurements of absolute frequency and of frequency ratios (Margolis, 2017)



-
- ◆ Temps, horloges et relativité
 - ◆ Potentiel de pesanteur + horloges = géodésie chronométrique relativiste
 - ◆ Horloges à 10^{-18} et comment les comparer, vers une redéfinition de la seconde?
 - ◆ **Apports de la géodésie chronométrique relativiste**

Pourquoi mesurer le potentiel de pesanteur?

- ◆ Les horloges sont donc des instruments qui mesurent directement le potentiel de pesanteur (en fait les différences de potentiel).
- ◆ Que peut-on en faire?
- ◆ Valider (et/ou améliorer) les modèles globaux et régionaux de potentiel et de géoïde;
- ◆ Unifier les références d'altitude de tous les pays;
- ◆ Etudier les phénomènes qui font varier l'altitude;
- ◆ Mesurer la topographie dynamique des océans
- ◆



Le niveau des mers sur la côte

- ◆ On mesure bien le niveau moyen de la mer sur la côte, et comment il a varié au cours du temps (marégraphe).
- ◆ Mais on ne connaît pas bien, au niveau du marégraphe, la valeur du potentiel de pesanteur (cad l'emplacement exact du géoïde) ni la valeur de la topographie dynamique de l'océan.
- ◆ Si on sait bien, globalement, pourquoi le niveau de la mer change et si on peut raisonnablement prévoir son évolution, il est beaucoup plus difficile de le prévoir sur les côtes...

La géodésie chronométrique relativiste pourra fournir cette information.

Et c'est sur la côte que cela compte le plus!



Work under way

- ◆ IAG JWG 2.1 « Relativistic geodesy »

<https://www.ife.uni-hannover.de/.....>

Mixes geodesists and time/frequency metrologists (chairs J. Flury & G. Petit).

Active since 2016.

- ◆ New IAG project « Novel Sensors and Quantum Technology in Geodesy»

Created 2019 (Chair J. Mueller).

Will include relativistic geodesy.

- ◆ Recent publications

Müller J., Dirkx D., Kopeikin S.M., Lion G., Panet I., Petit G., Visser P.N.A.M., High performance clocks and gravity field determination, Space Sci Rev, 214:5, 2018.

Denker H., Timmen L., Voigt C., Weyers S., Peik E., Delva P., Wolf P., Petit G., Geodetic methods to determine the relativistic redshift at the level of 10^{-18} in the context of international timescales – A review and practical results; J Geod, 2017, doi:10.1007/s00190-017-1075-1.

IAG Joint Working Group 2.1

Relativistic Geodesy: Towards a new geodetic technique

The International Association of Geodesy (IAG) Joint Working Group (JWG) 2.1 has been established in 2016 to bring together experts from geodesy and time/frequency metrology to review and develop concepts and ideas on relativistic geodesy. The group activities are triggered by the recent fundamental progress both in atomic clocks and in long-distance frequency transfer.

On this website, the group shares information on its activities and related topics.

Chair: Jakob Flury (Germany)
Vice-chair: Gerard Petit (France)

Terms of Reference (ToR)
PDF, 33 KB
Terms of Reference (ToR)

Activities

First Meeting
May 15-16, 2017, Leibniz Universität Hannover, Hannover, Germany
Continue

Conclusions

- ◆ La relativité relie le temps donné par une horloge et le potentiel de pesanteur.
- ◆ Les horloges du futur seront tellement exactes qu'on ne connaîtra pas assez bien le potentiel de pesanteur pour pouvoir les comparer.
- ◆ Au contraire, on comparera les horloges pour mesurer le potentiel de pesanteur.
- ◆ Cela ouvre un nouveau domaine, la géodésie chronométrique (relativiste) qui aidera à mieux connaître la Terre en général et le niveau des mers en particulier.

